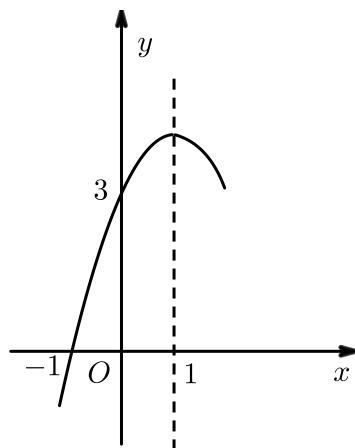


第1讲二次函数与方程、不等式综合（练习）

一、二次函数与方程、不等式

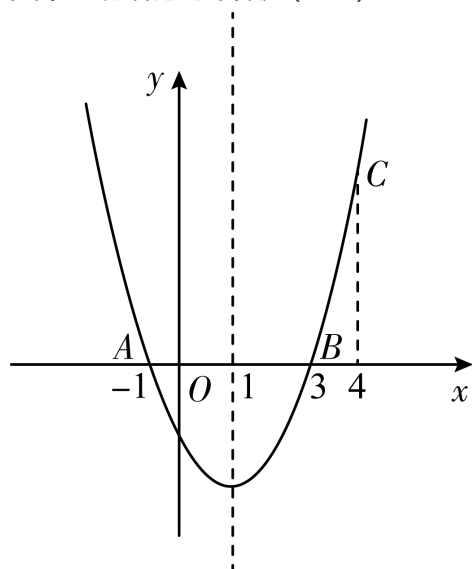
1. 下列关于二次函数 $y = ax^2 - 2ax + 1 (a > 1)$ 的图象与 x 轴交点的判断，正确的是（ ）.
- A. 没有交点
B. 只有一个交点，且它位于 y 轴右侧
C. 有两个交点，且它们均位于 y 轴左侧
D. 有两个交点，且它们均位于 y 轴右侧
2. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (b > a > 0)$ 与 x 轴只有一个交点，以下四个结论：①该抛物线的对称轴在 y 轴左侧；②关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c + 2 = 0$ 有实数根；③ $a + b + c > 0$ ；④ $\frac{b-a}{c}$ 的最大值为1，其中结论正确的为（ ）.
- A. ①②③
B. ③④
C. ①③
D. ①③④
3. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 对称轴为直线 $x = 1$ ，与 x 轴的一个交点坐标为 $(-1, 0)$ ，其部分图象如图所示，下列结论：
- ① $abc < 0$ ；
② $4ac < b^2$ ；
③方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根是 $x_1 = -1, x_2 = 3$ ；
④ $3a + c > 0$ ；
⑤当 $y \geq 0$ 时， x 的取值范围是 $-1 \leq x \leq 3$.
- 其中结论正确的个数是（ ）.



- A. 1个
B. 2个
C. 3个
D. 4个

4. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过点 $A(-1, 0)$ 、点 $B(3, 0)$ 、点 $C(4, y_1)$ ，若点 $D(x_2, y_2)$ 是抛物线上任意一点，有下列结论：
- ①二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的最小值为 $-4a$ ；
 - ②若 $-1 \leq x_2 \leq 4$ ，则 $0 \leq y_2 \leq 5a$ ；
 - ③若 $y_2 > y_1$ ，则 $x_2 > 4$ ；
 - ④一元二次方程 $cx^2 + bx + a = 0$ 的两个根为 -1 和 $\frac{1}{3}$

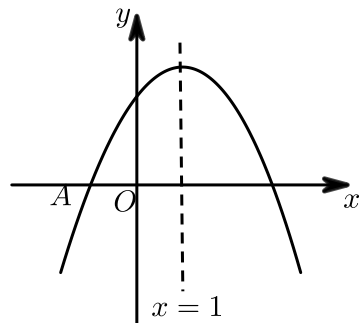
其中正确结论的个数是()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
5. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ (a, b 为常数, $a \neq 0$)，且 $b = a + 3$ ，其对称轴在 y 轴右侧。有下列结论：
- ① $-3 < a < 0$ ；
 - ②方程 $ax^2 + bx + 3 = 2$ 有两个不相等的实数根；
 - ③该抛物线经过定点 $(-1, 0)$ 和 $(0, 3)$ 。
- 其中，正确结论的个数为()。

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ ，顶点坐标 $(1, n)$ ，与 y 轴的交点在 $(0, 2)$ ， $(0, 3)$ 之间（包含端点），则下列结论：① $3a + b < 0$. ② $-1 \leq a \leq -\frac{2}{3}$. ③ 对于任意实数 m ， $a + b \geq am^2 + bm$ 总成立 . ④ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = n - 1$ 有两个不相等的实数根 . 其中正确结论的个数为（ ） .

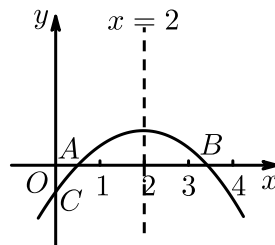


- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 关于下列结论：① 二次函数 $y = 6x^2$ ，当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大 . ② 关于 x 的方程 $a(x + m)^2 + b = 0$ 的解是 $x_1 = -2$ ， $x_2 = 1$ ， a, m, b 均为常数， $a \neq 0$ ，则方程 $a(x + m + 2)^2 + b = 0$ 的解是 $x_1 = -4$ ， $x_2 = -1$. ③ 设二次函数 $y = x^2 + bx + c$ ，当 $x \leq 1$ 时，总有 $y \geq 0$ ，当 $1 \leq x \leq 3$ 时，总有 $y \leq 0$ ，那么 c 的取值范围是 $c \geq 3$. 其中，正确结论的个数数（ ） .

- A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个

8. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴正半轴相交于 A, B 两点，与 y 轴相交于点 C ，对称轴为直线 $x = 2$ ，且 $OA = OC$ ，则下列结论：① $abc > 0$. ② $9a + 3b + c > 0$. ③ $c > -1$. ④ 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 有一个根为 $-\frac{1}{a}$. ⑤ 抛物线上有两点 $P(x_1, y_1)$ 和 $Q(x_2, y_2)$ ，若 $x_1 < 2 < x_2$ ，且 $x_1 + x_2 > 4$ ，则 $y_1 > y_2$. 其中正确的结论有（ ） .



- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

9. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的自变量 x 与函数值 y 的部分对应值如下表:

x	$\dots$	-1	0	1	3	$\dots$
$y = ax^2 + bx + c$	$\dots$	n	3	m	3	$\dots$

且当 $x = \frac{3}{2}$ 时, 与其对应的函数值 $y < 0$. 有下列结论: ① $abc < 0$; ② 3 是关于 x 的方程 $ax^2 + (b-1)x + c = 0$ 的一个根; ③ $6 < m + n < \frac{26}{3}$. 其中, 正确结论的个数是 ().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

10. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, 与 y 轴的交点 B 在 $(0, -2)$ 与 $(0, -3)$ 之间 (不包括这两点), 对称轴为直线 $x = 2$.

下列结论: ① $abc > 0$; ② $9a + 3b + c < 0$; ③ 若点 $M\left(\frac{1}{2}, y_1\right)$, 点 $N\left(\frac{5}{2}, y_2\right)$ 是函数图象上的两点, 则 $y_1 < y_2$; ④ $-\frac{24}{5} < a + b + c < -\frac{16}{5}$. 其中正确结论的个数是 ().

- A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

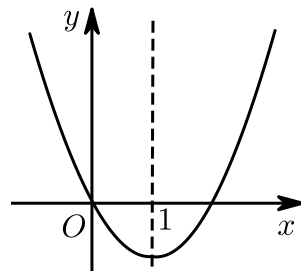
11. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $(x_1, 0)$ 、 $(2, 0)$, 且 $-2 < x_1 < -1$, 与 y 轴正半轴的交点在 $(0, 2)$ 的下方, 则下列结论: ① $abc < 0$; ② $b^2 > 4ac$; ③ $2a + b + 1 < 0$; ④ $2a + c > 0$. 则其中正确结论的序号是 ().

- A. ①② B. ②③ C. ①②④ D. ①②③④

12. 已知函数 $y = -(x-m)(x-n) + 3$, 并且 a, b 是方程 $(x-m)(x-n) = 3$ 的两个根, a 在 b 的左侧, m 在 n 的左侧, 则实数 m, n, a, b 的大小关系可能是 ().

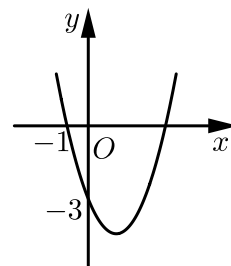
- A. $m < a < b < n$ B. $m < a < n < b$ C. $a < m < b < n$ D. $a < m < n < b$

13. 二次函数 $y = x^2 + bx$ 的图象如图, 对称轴为直线 $x = 1$, 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + bx - t = 0$ (t 为实数) 在 $-1 < x < 4$ 的范围内有解, 则 t 的取值范围是 ().

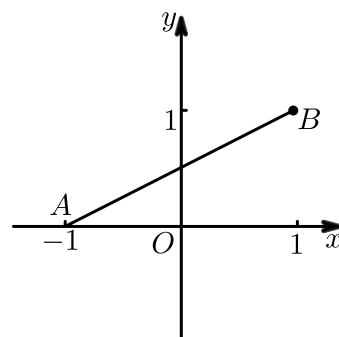


- A. $t \geq -1$ B. $-1 \leq t < 3$ C. $-1 \leq t < 8$ D. $3 < t < 8$

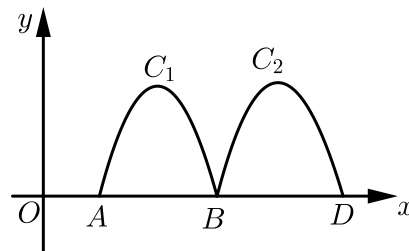
14. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 过点 $(-1, 0)$ 和点 $(0, -3)$ ，且顶点在第四象限，设 $P = a + b + c$ ，则 P 的取值范围是（ ）。



- A. $-3 < P < -1$ B. $-6 < P < 0$ C. $-3 < P < 0$ D. $-6 < P < -3$
15. 在平面直角坐标系内，已知点 $A(-1, 0)$ ，点 $B(1, 1)$ 都在直线 $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ 上，若抛物线 $y = ax^2 - x + 1 (a \neq 0)$ 与线段 AB 有两个不同的交点，则 a 的取值范围是（ ）。

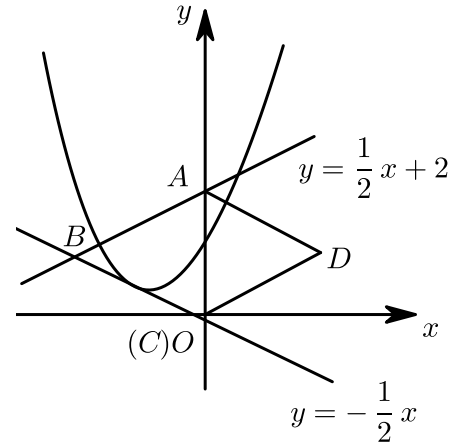


- A. $a \leq -2$ B. $a < \frac{9}{8}$ C. $1 \leq a < \frac{9}{8}$ 或 $a \leq -2$ D. $-2 \leq a < \frac{9}{8}$
16. 如图，抛物线 $y = -2x^2 + 8x - 6$ 与 x 轴交于点 A 、 B ，把抛物线在 x 轴及其上方的部分记作 C_1 ，将 C_1 向右平移得 C_2 ， C_2 与 x 轴交于点 B 、 D 。若直线 $y = x + m$ 与 C_1 、 C_2 共有3个不同的交点，则 m 的取值范围是（ ）。



- A. $-2 < m < \frac{1}{8}$ B. $-3 < m < -\frac{7}{4}$ C. $-3 < m < -2$ D. $-3 < m < -\frac{15}{8}$

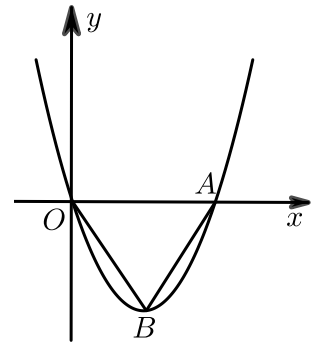
17. 如图，直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 与 y 轴交于点 A ，与直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 交于点 B ，以 AB 为边向右做菱形 $ABCD$ ，点 C 恰与原点 O 重合，抛物线 $y = (x - h)^2 + k$ 的顶点在直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 上移动，若抛物线与菱形的边 AB 、 BC 都有公共点，则 h 的取值范围是（ ）。



- A. $-2 \leq h \leq \frac{1}{2}$ B. $-2 \leq h \leq 1$ C. $-1 \leq h \leq \frac{3}{2}$ D. $-1 \leq h \leq \frac{1}{2}$

二、存在性问题

18. 已知抛物线 $y = x^2 - 2mx - 4$ ($m > 0$)的顶点 M 关于坐标原点 O 的对称点为点 M' ，若点 M' 在这条抛物线上，则点 M 的坐标为（ ）。
19. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$)过原点 O ，与 x 轴另一交点为 A ，顶点为 B ，若 $\triangle AOB$ 为等边三角形，则 b 的值为（ ）。



- A. $-\sqrt{3}$ B. $-2\sqrt{3}$ C. $-3\sqrt{3}$ D. $-4\sqrt{3}$
20. 已知直线 $y = -\sqrt{3}x + 3$ 与坐标轴分别交于点 A ， B ，点 P 在抛物线 $y = -\frac{1}{3}(x - \sqrt{3})^2 + 4$ 上，能使 $\triangle ABP$ 为等腰三角形的点 P 的个数有（ ）。
- A. 3个 B. 4个 C. 5个 D. 6个

21. 已知抛物线 $y = k(x+1)(x - \frac{3}{k})$ 与 x 轴交于点 A, B , 与 y 轴交于点 C , 则能使 $\triangle ABC$ 为等腰三角形的抛物线的条数是().

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

22. 小飞研究二次函数 $y = -(x-m)^2 - m + 1$ (m 为常数) 性质时有如下结论:

- ①这个函数图象的顶点始终在直线 $y = -x + 1$ 上;
 ②存在一个 m 的值, 使得函数图象的顶点与 x 轴的两个交点构成等腰直角三角形;
 ③点 $A(x_1, y_1)$ 与点 $B(x_2, y_2)$ 在函数图象上, 若 $x_1 < x_2$, $x_1 + x_2 > 2m$, 则 $y_1 < y_2$;
 ④当 $-1 < x < 2$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则 m 的取值范围为 $m \geq 2$.

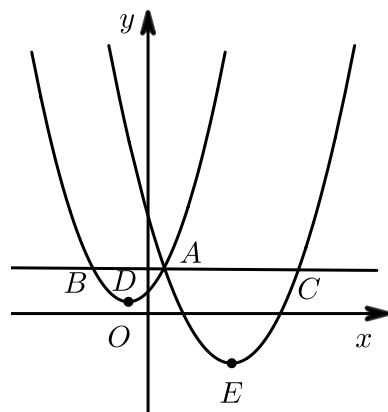
其中错误结论的序号是().

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

23. 如图, 抛物线 $y_1 = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 1$ 与 $y_2 = a(x-4)^2 - 3$ 交于点 $A(1, 3)$, 过点 A 作 x 轴的平行线, 分别交两条抛物线于 B, C 两点, 且 D, E 分别为顶点. 则下列结论:

- ① $a = \frac{2}{3}$. ② $AC = AE$. ③ $\triangle ABD$ 是等腰直角三角形. ④当 $x > 1$ 时, $y_1 > y_2$.

其中正确结论的个数是().



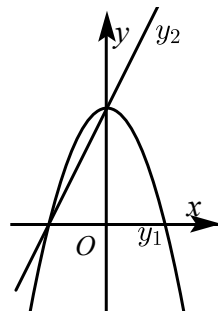
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

24. 如图，已知抛物线 $y_1 = -2x^2 + 2$ ，直线 $y_2 = 2x + 2$ ，当 x 任取一值时， x 对应的函数值分别为 y_1 ， y_2 。若 $y_1 \neq y_2$ ，取 y_1 ， y_2 中的较小的值记为 M ；若 $y_1 = y_2$ ，记 $M = y_1 = y_2$ 。
例如：当 $x = 1$ 时， $y_1 = 0$ ， $y_2 = 4$ ， $y_1 < y_2$ ，此时 $M = 0$ 。

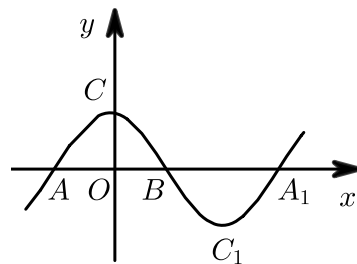
下列判断：

- ①当 $x > 0$ 时， $y_1 > y_2$ 。
- ②当 $x < 0$ 时， x 值越大， M 值越小。
- ③使得 M 大于2的 x 值不存在。
- ④使得 $M = 1$ 的 x 值是 $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

其中正确的结论有 _____。



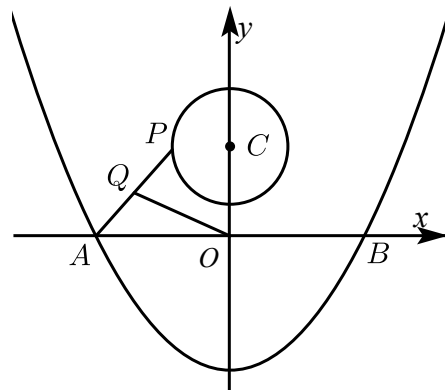
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
25. 如图，抛物线 $m: y = ax^2 + b$ ($a < 0, b > 0$) 与 x 轴交于点 A 、 B (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C 。将抛物线 m 绕点 B 旋转 180° ，得到新的抛物线 n ，它的顶点为 C_1 ，与 x 轴的另一个交点为 A_1 。若四边形 AC_1A_1C 为矩形，则 a, b 应满足的关系式为 ()。



- A. $ab = -2$ B. $ab = -3$ C. $ab = -4$ D. $ab = -5$

三、二次函数与圆

26. 如图，抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 - 4$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点， P 是以点 $C(0, 3)$ 为圆心、2为半径的圆上的动点， Q 是线段 PA 的中点，连接 OQ ．则线段 OQ 的最大值是（ ）．



A. 3

B. $\frac{\sqrt{41}}{2}$

C. $\frac{7}{2}$

D. 4